

УЧЕТ КРИВИЗНЫ ЗЕМЛИ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ВЫСОКОТОЧНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Болбаков Р.Г., Цветков В.Я.

«МИРЭА - Российский технологический университет», 119454, Россия, г. Москва, проспект Вернадского, 78,
e-mail: antaros05@yandex.ru, cvj2@mail.ru,

Статья исследует влияние кривизны Земли на монтаж специальных устройств, требующих горизонтального расположения. К таким устройствам относят линейные ускорители заряженных частиц. Показано, что строительство сооружений в условиях Земли или любой другой планеты связано с применением геометрии Римана. В тоже время проектирование осуществляют с применением геометрии Эвклида. Статья исследует величину поправок, которые надо вводить за кривизну Земли при необходимости выполнения строго горизонтального расположения сооружения. Статья показывает, что применение обычных нивелиров и нивелирования не создает горизонтальную плоскость, а моделирует уровенную криволинейную поверхность.

Ключевые слова: моделирование, Эвклидова геометрия, геометрия Римана, уровенная поверхность, кривизна поверхности Земли, поправки за кривизну, реальное пространство. линейный ускоритель заряженных частиц

CONSIDERATION OF EARTH CURVATURE WHEN DESIGNING HIGH- PRECISION EQUIPMENT

Bolbakov R.G., Tsvetkov V.Ya.

«MIREA - Russian Technological University», 119454, Moscow, 78 Vernadskogo Avenue, Russia, e-mail:
antaros05@yandex.ru, cvj2@mail.ru,

The article examines the influence of the curvature of the Earth on the installation of special devices that require a horizontal arrangement. Such devices include linear accelerators of charged particles. It is shown that the construction of structures in the conditions of the Earth or any other planet is associated with the application of the Riemann geometry. At the same time, the design is carried out using Euclid's geometry. The article examines the magnitude of the corrections that must be introduced for the curvature of the Earth if it is necessary to perform a strictly horizontal arrangement of the structure. The article shows that the use of ordinary levels and leveling does not create a horizontal plane, but simulates a level curved surface.

Keywords: modeling, Euclidean geometry, Riemann geometry, level surface, curvature of the Earth's surface, curvature corrections, real space, linear accelerator of charged particles

Введение

При проектировании высокоточных приборов и устройств часто возникает необходимость выведения их в горизонтальную плоскость. Примером может служить линейный ускоритель заряженных частиц [1], для которого нормальное функционирование предполагает строгую горизонталь, не связанную с кривизной земной поверхности. При строительстве применяют различные нивелиры и методы нивелирования. Однако при этом не учитывают кривизну земной поверхности и особенности измерения высот и понятия вертикали. Существует объективное противоречие, связанное с проектированием и выносом в природу в разных системах геометрий

. Проекты технических устройств и строительных сооружений выполняют в Декартовой системе координат и используют Эвклидову геометрию [2]. В этой геометрии вертикальные линии на проекте являются параллельными и не пересекаются. Горизонтальные линии проекта также являются параллельными и описывают горизонтальные плоскости.

При выносе в природу на криволинейную поверхность фактически используют геометрию Римана. Вертикальные линии на земной поверхности не являются параллельными, а пересекаются примерно в центре масс Земли. Использование нивелиров, задающих равные высотные отметки, формирует не горизонтальную линию, а геодезическую линию, которая прямой не является. Использование нивелиров, задающих равные высотные отметки, формирует не горизонтальную плоскость, а уровенную поверхность [3, 4], которая плоскостью не является, а является криволинейной поверхностью второго порядка. На малых расстояниях криволинейностью основания сооружения и не параллельностью вертикальных линий пренебрегают. Однако при

необходимости высокоточных сооружений, для которых необходимо соблюдение условий евклидовой геометрии, необходимы дополнительные работы и главные методы учета криволинейности для введения поправок горизонтирования.

Измерение высот и понятие вертикали

Измерение вертикалей и высот относится к области геодезии. В геодезической литературе возникает множество нестыковок. Рассмотрим в качестве примера фундаментальный труд [5]. Единственную за время СССР и России энциклопедию по геодезии картографии и кадастру. На странице 94 дается определение О1 «Вертикаль - прямая в пространстве, перпендикулярная к горизонтальной плоскости». Это определение противоречит понятию вертикали как направлению к центру масс Земли. На земной поверхности нет горизонтальных плоскостей земная поверхность, геоид, эллипсоид – поверхности криволинейные. На странице 124 дается определение О2 «Высота – расстояние между точками объекта по вертикали». На этой же странице уточняется О3 «Высота абсолютная – расстояние от точки земной поверхности по отвесной линии до уровенной поверхности, принятой в геодезической сети за исходную». Это противоречит определению О1. На странице 124 дается еще одно определение О4 «Высота геодезическая – высота точки земной поверхности над референц-эллипсоидом по нормали к нему. Непосредственно определить геодезическую высоту не представляется возможным».

На этой же странице «высота одной и той же точки может иметь различные (!) значения, зависящие от пути нивелирования, а сумма превышений по замкнутому полигону не равна нулю». Следует отметить, что эти определения из разных статей энциклопедии. Далее в статье о динамической высоте говорится «Высота динамическая – высота, которая при перемещении точки по уровенной поверхности не меняется. Динамические высоты в основном применяются при некоторых расчетах, связанных, например, со строительством крупных гидротехнических сооружений. Изменение высоты уровенной поверхности по широте особенно значительно в водоемах, простирающихся по меридиану. Так, например, на Байкале, простирающемся с юга на север на 450 км, разница в отметках уреза воды достигает 0,16 м». На странице 140 говорится «Геодезической высотой называют длину отрезка нормали AA' от данной точки A до поверхности эллипсоида». И так далее. Общий вывод. При измерениях на местности используют геоцентрическую систему координат и геометрию Римана. Допустимость использования декартовых систем координат требует исследования.

Расчет поправок за кривизну.

Для расчета поправок за кривизну рассмотрим проект прямоугольного объекта и его реализацию. На рис. 1 дано схематичное изображение проекта сооружения. Это может быть линейный ускоритель или здание.



Рис.1 Схематичное изображение проекта прямоугольного сооружения.

На рис.1 показано основание, верх и равные высоты трех сечений проекта. На рис. 2 дано изображение выноса этого проекта натуру.

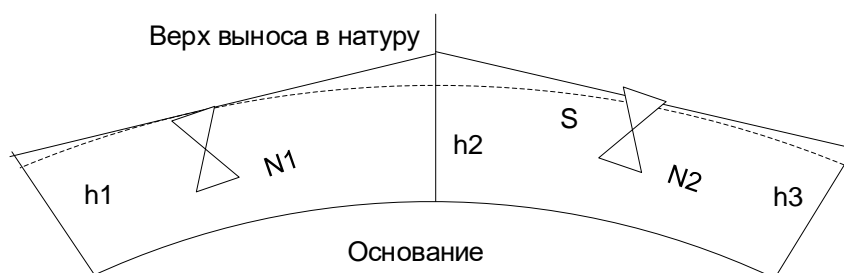


Рис.2 Схематичное изображение выноса проекта в натуру.

На рис.2 показано, что горизонтальное основание переходит в криволинейную поверхность, которая задается уровенной поверхностью равной высоты. Верх переходит в ломанную линию, которая задается нивелированием

в точках. С помощью нивелирования обнаружит ломанную кривую невозможно. Она будет по измерениям соответствовать горизонтали L на рис.1. Для учета влияния кривизны на геометрию сооружения используем рисунок 3.

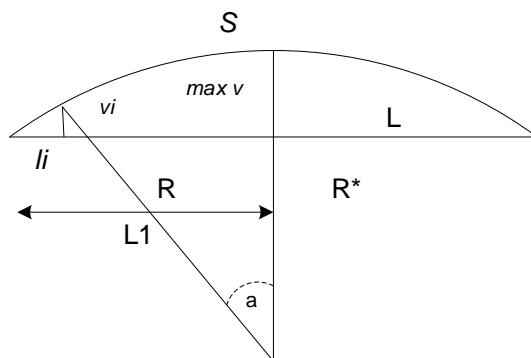


Рис.3. Схема анализа ввода поправок для криволинейной поверхности.

На рис.3 S- дуга криволинейной поверхности, L – хорда, соответствующая этой дуге. Эта хорда и есть строга горизонталь, которую надо сформировать на местности для установки соответствующего устройства или прибора. Величина $max v$ обозначает высоту хорды или максимальное расхождение хорды и дуги. Величина li есть смещение по горизонтальной оси. Величина vi есть поправка между дугой S и хордой для смещения li .

В справочниках говорится об участках 20 км x 20 км [5, 6], для которых можно пренебрегать кривизной земной поверхности. Этой дуге соответствует центральный угол примерно 0,18 градуса. Более точно для радиуса Земли $R_1=6371$ км этот угол равен 0, 17988 градуса. В справочниках задают и другой радиус Земли. Для радиуса Земли $R_2=6378$ км этот угол равен 0, 17968 градуса. Но для оценочных расчетов рассмотрим угол 0,18 градусов как центральный угол, для которого можно анализировать поправки для учета или не учета за кривизну. Длина дуги S (рис.3), соответствующая центральному углу в 0,18 градусов для радиуса R_1 равна 20,01509 км. Длина дуги S (рис.3), соответствующая центральному углу в 0,18 градусов для радиуса R_2 равна 20,03708 км.

Длина хорды S (рис.3), соответствующая центральному углу в 0,18 градусов для радиуса R_1 равна 20,0150785651 км, а для радиуса R_2 равна 20,0370697047 км. Ошибка по длине для радиуса R_1 составляет в метрах 0,008230874, а для радиуса R_2 составляет в метрах 0,008239917. Это означает, что на 20 км ошибка измерения длины составляет примерно 8 мм. Это допустимо. Относительная ошибка для обоих случаев одинакова и равна $4,11233E-07$, то есть примерно 4 десяти миллионных.

Можно рассчитать ошибку по площади. Площадь сферического квадрата для заданного центрального угла рассчитывается при R_1 400,6036995 кв км, при R_2 401,4844926 кв км.

Площадь квадрата, построенного на хордах этих дуг, для заданного центрального угла равна для R_1 400,60336997 кв км, для R_2 401,4841624 кв км. Относительная ошибка площади одинакова для обоих вариантов и составляет $8,22467E-07$ или примерно 8 десяти миллионных. Это допустимо и такое упрощение возможно.

Для того чтобы рассчитать поправки по высоте воспользуемся схемой на рис.3. Из курса геометрии известно, что высота хорды определяется по формуле

$$max v = R - \frac{1}{2} (4R^2 - L^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

В выражении (1) $max v$ – высота хорды или максимальное отклонение хорды от дуги или горизонтальной плоскости от криволинейной поверхности, R – радиус кривизны, в нашем случае радиус Земли, L – длина хорды или длина линейного сооружения, которое монтируют на земной поверхности.

Для участка в 20 км расстояние между хордой и дугой будет равно 7,848066 метров. То есть разница в высоте составляет около 8 метров. Это значительная величина. Относительная ошибка составляет $1,23184E-06$ или около одной миллионной. Вывод поправка по высоте на порядок выше, чем поправка по длине или по площади. Следовательно ее необходимо учитывать. Если перейти к линейному ускорителю, который имеет длину 800м, то для него разница между уральной поверхностью и горизонталью составляет $max v=12,55689$ мм. Это значительная величина для потока элементарных частиц.

Заключение

Строительство объектов на поверхности Земли или любой другой планеты связано с использованием геометрии Римана. Проектирование объектов связано с использованием геометрии Эвклида. Это порождает противоречие и требует оценки участков, для которых такое упрощение допустимо. Для высокоточных сооружений, монтируемых на земной поверхности, или поверхности другой планеты, или спутнике Земли Луны необходима оценка допустимости применения проектов в условиях кривизны поверхности. Вертикали в

геометрии Римана является не параллельными линиями, в то время как в Декартовой системе координат они параллельны. В условиях кривизны поверхности любого небесного тела прямоугольные проекты преобразуются в трапециевидные конструкции с непараллельными стенами. Приведенные в данной статье результаты исследования применимы для условий строительства объектов на любом небесном теле, имеющем постоянную кривизну и незначительные аномалии силы тяжести. Для условий Земли допустимо использовать участки 20 x 20 км как участки Эвклидовой геометрии в плане. Погрешность по высоте для криволинейной поверхности на порядок больше погрешностей плановых координат. Несоответствие между высоток криволинейной поверхности и горизонтальной плоскостью для участка 20 x 20 км достигает 7 метров. Принципиально, что погрешность по высоте на порядок больше, чем погрешности плановых координат. Это необходимо учитывать при строительстве высокоточных объектов типа линейного ускорителя.

Список литературы

1. Черняев А. П., Варзарь С. М. Ускорители в современном мире //Ядерная физика. – 2014. – Т. 77. – №. 10. – С. 1266-1266.
2. Розенберг И.Н. Цветков В. Я. Координатные системы в геоинформатике – МГУПС, 2009 -67с.
3. Sanchez J., Canton M. P. Geodesy Fundamentals //Space Image Processing. – Routledge, 2018. – С. 153-182.
4. Torge W., Müller J. Geodesy. – Walter de Gruyter, 2012.
5. Бородко А.В., Бугаевский Л.М., Верещака Т.В., Запрыгаева Л.А., Иванова Л.Г., Книжников Ю.Ф., Савиных В.П., Спиридонов А.И., Филатов В.Н., Цветков В.Я. ГЕОДЕЗИЯ, КАРТОГРАФИЯ, ГЕОИНФОРМАТИКА, КАДАСТР. Энциклопедия. В 2 томах. / Под редакцией А.В. Бородко, В.П. Савиных. - Москва, 2008. Том I А-М
6. Баканова В. В. Геодезия–М.: Недра. – 1980.

References

1. Chernyaev A. P., Varzar' S. M. Uskoriteli v sovremennom mire //YAdernaya fizika. – 2014. – Т. 77. – №. 10. – S. 1266-1266.
2. Rozenberg I.N. Tsvetkov V. Ya. Koordinatnye sistemy v geoinformatike – MGUPS, 2009 -67s.
3. Sanchez J., Canton M. P. Geodesy Fundamentals //Space Image Processing. – Routledge, 2018. – С. 153-182.
4. Torge W., Müller J. Geodesy. – Walter de Gruyter, 2012.
5. Borodko A.V., Bugaevskij L.M., Vereshchaka T.V., Zapryagaeva L.A., Ivanova L.G., Knizhnikov YU.F., Savinyh V.P., Spiridonov A.I., Filatov V.N., Tsvetkov V.Ya. GEODEZIYA, KARTOGRAFIYA, GEOINFORMATIKA, KADASTR. Enciklopediya. V 2 tomah. / Pod redakciej A.V. Borodko, V.P. Savinyh. - Moskva, 2008. Tom I A-M
6. Bakanova V. V. Geodeziya–M.: Nedra. – 1980.